逻辑学

杨睿之

复旦大学哲学学院

2025 年秋季

课程信息

- 时间地点：
  - 周四 13:30 - 15:10，H3409 （讲座课）
  - 周四（双周）15:25-17:05，H3409 （讨论课）
- 网站：`https://web.yangruizhi.cyou/logic2025/`
- 教材：尚无

课程团队

- 杨睿之：yangruizhi@fudan.edu.cn
- 李想：22210160027@m.fudan.edu.cn

……

考核

- 平时：习题
  - 自然语言推理的形式化
- 期末：闭卷
  - 时间：2025-12-31 08:30 - 10:30
  - 地点：待定

关于这门课

目前的计划

- 讲座课：逻辑学导论
  - 逻辑学的基本知识与技巧
  - 逻辑学的应用
- 讨论课：类型论与自动定理证明（Lean4）

关于这门课

- 什么是逻辑（logic）?
- 什么是逻辑学?
- 这门课要干什么?

生活中的逻辑

例 (服务员上菜)

假设你（C）和你的两位同学（A、B）在小饭馆收银台点餐。你要了鱼香肉丝盖饭，A 要了扬州炒饭，B 点了猪肝面。你们拿上桌牌挑了张桌子坐下了。不一会儿另一位服务员端着三份饭菜上来了。

生活中的逻辑

例 (服务员上菜)

服务员问：“谁要的鱼香肉丝?”你举了手，服务员把盖浇饭端到你面前。服务员又问“谁点的炒饭?”A 示意是她。服务员分别为 A 和 B 端上了炒饭和面。

生活中的逻辑

例 (手机无法充电)

墙上插着充电器电源，电源上插着 USB 线并连接到手机 USB Type-C 接口，然而手机没有在充电。

生活中的逻辑

例 (手机无法充电)

- 更换室友的电源后，你的手机仍然没有在充电
- 换了室友的手机接上，她的手机也没有在充电
- 你买了根 USB 线

例 $(3 \times 3$ 数独$)$

规则:

- 每个格子内只能填数字 1-3
- 每行每列都不能有重复的数字

生活中的逻辑

例 $(3 \times 3$ 数独)

1		
		2

生活中的逻辑

例 (3×3 数独)

1		3
		2

例 (3×3 数独)

1		3
3		2

生活中的逻辑

例 (3×3 数独)

1	2	3
3		2
		1

例 (3×3 数独)

1	2	3
3	1	2
2		1

例 (3×3 数独)

1	2	3
3	1	2
2	3	1

生活中的逻辑

这三个例子中，有什么共性吗？

- 盖浇饭或炒饭或面，非盖浇饭，非炒饭 $\Rightarrow$ 面
- 电源坏或线坏或手机坏，电源没坏，手机没坏 $\Rightarrow$ 线坏
- 1 或 2 或 3，非 1，非 2 $\Rightarrow$ 3

生活中的逻辑

这三个例子中，有什么共性吗？

- 盖浇饭或炒饭或面，非盖浇饭，非炒饭 $\Rightarrow$ 面
- 电源坏或线坏或手机坏，电源没坏，手机没坏 $\Rightarrow$ 线坏
- 1 或 2 或 3，非 1，非 2 $\Rightarrow$ 3

生活中的逻辑

这三个例子中，有什么共性吗？

- 盖浇饭或炒饭或面，非盖浇饭，非炒饭 $\Rightarrow$ 面
- 电源坏或线坏或手机坏，电源没坏，手机没坏 $\Rightarrow$ 线坏
- 1 或 2 或 3，非 1，非 2 $\Rightarrow$ 3

生活中的逻辑

这三个例子中，有什么共性吗?

- 盖浇饭或炒饭或面，非盖浇饭，非炒饭 $\Rightarrow$ 面
- 电源坏或线坏或手机坏，电源没坏，手机没坏 $\Rightarrow$ 线坏
- 1 或 2 或 3，非 1，非 2 $\Rightarrow$ 3

关于这门课

- 什么是逻辑?

  正如“什么是物理”“什么是经济”，我们可以把逻辑视作一系列现象背后的东西。

关于这门课

- 什么是逻辑学?
  - 人们从现象中总结出一些规律并用较精炼的话语把这些规律表达出来。
  - 在这个过程中形成一套表达方式，一些方法，围绕一个范围内的问题，形成一门学科。

关于这门课

逻辑学有什么特别的?

- 逻辑有关的现象无处不在
- 能从这么多现象中总结出来的规律很少
- 狭义上，今天的逻辑学已非常完善。我们可以直接交给你一个系统，指着说这就是逻辑。

关于这门课

- “数理逻辑”（mathematical logic）这门课就是这么教的那门课中，我们直接给出关于逻辑的刻画，事实上是两种刻画，并且我们证明了这两种刻画是等价的。我们也会给出一些例子来说服同学，这种刻画是正确的。
- 但让“刚入职的新人程序员直接读原始代码是残忍的”

关于这门课

在本课程中

- 我们会浏览各种有关逻辑的现象，并尝试从这些现象中提取所谓的逻辑，为逻辑“建模”
- 我们尝试让课程中有八成左右的“文档”，而只有两成左右的“代码”
- 希望这门课对大家有帮助，希望大家能够掌握“文档”到“代码”的翻译技巧

逻辑学的简史

古希腊逻辑

- 麦加拉（Megarian）-斯多葛（Stoic）学派：条件句的真假标准——原始命题逻辑

  狄奥多罗斯（Diodorus）和他的学生斐洛（Philo，狄奥多罗斯的学生，芝诺的朋友，后者）关于条件命题为真的标准的辩论。

- 亚里士多德（384–322 BC）：三段论——词项逻辑（原始谓词逻辑）

现代逻辑

- 莱布尼兹（Leibniz）：关于通用文字（*Characteristica universalis*）的设想

  要让我们的推理有规可循，唯一方法是把它做得像数学那样扎扎实实，这样我们一眼就可以看到错误所在，当人们之间产生争议的时候，我们只要说：让我们坐下来算一算（*let us calculate*），不需要更多的忙乱就可以看到谁是对的。

  The Art of Discovery (1685)

逻辑学的简史

- 布尔（George Boole, 1815-1864）：逻辑学的代数传统——命题逻辑
- 弗雷格（Gottlob Frege, 1848-1925）：谓词逻辑——综合命题逻辑和亚里士多德词项逻辑的升级版

逻辑学的简史

- 希尔伯特（David Hilbert, 1862-1943)：
  句法（syntax）-证明论传统
- 塔斯基（Alfred Tarski, 1901-1983)：
  语义（semantics）模型论传统
- 哥德尔（Kurt Gödel, 1906-1978)：哥德尔完全性定理

逻辑学的简史

我们即将学的逻辑和数理逻辑是同一个逻辑?

逻辑学的简史

他（莱布尼茨）关于通用文字或者哲学演算或推理的想法太过庞大……即使这是一个有价值的目标，它也无法一步就达到。我们无需为一个缓慢而步步为营的迫近而感到失望。当一个问题看似无法以其最一般的形态得到解决时，

弗雷格（1879）

逻辑学的简史

可以暂时做个限定；或许它可以靠渐进的方式来征服。算术、几何、化学中的符号可以被看作是莱布尼茨的想法在特定领域的实现。而这里所给出的概念文字又增加了一个领域，实际上是一个中心领域，与其他所有领域相连。

弗雷格（1879）

逻辑学的简史

事实上，只有当我们提炼出一门自然科学的数学内核并将其彻底揭开时，我们才算掌握了它的理论。

希尔伯特 1930 哥尼斯堡演讲

逻辑学的哲学

当我们说 XX 哲学（如物理哲学、语言哲学、历史哲学、经济哲学）的时候，我们说的大概是关于这门学科元问题的思考。如：

- 这门学科研究的是什么？
- 这门学科的研究方法是否合适？

逻辑学的哲学

逻辑学是关于什么的?

- 逻辑学是关于真的
  - 什么是真?
- 逻辑学是关于（日常）语言的
  - 描述性的
  - 规范性的
- 逻辑学是一套工具，它被用于各个领域

不同的逻辑哲学观点会影响具体的逻辑规则

例

关于条件句（$p \to q$）的真标准

- 狄奥多罗斯：只有当前提不可能导致结论不真时条件句才有效
- 斐洛：只有当前提真且结论假时条件句才不真

例

排中律（$p \vee \neg p$）是否成立?

- 真的符合论
- 真是被证明的

逻辑学的哲学

- "$p \to p$" 是不是逻辑的真?
- "$a = a$" 是不是?
- "$0 \neq 1$" 呢?
- "e $= \lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n$"?
- "e 是无理数"?
- "$e = mc^2$"?

逻辑学的哲学

希望接下来一个学期的课程能够帮助你形成自己的答案

一个经典的例子

你来到了一个岔路口，有两条路，一条通往目的地，另一条通往陷阱。路口站着两个守卫，他们知道哪条路是正确的。其中一个人是“骑士”（Knight），永远说真话；另一个人是“无赖”（knave），永远说假话。你不知道谁是骑士，谁是无赖。你的任务：只允许向其中任意一个人问一个问题，他们会回答且仅回答是或否，然后根据他的回答，找出通往目的地的正确道路。

一种形式化

令 AK、BK 分别表示 A 是骑士和 B 是骑士。对每个命题 φ，用 $A(\varphi)$ 表示 A 断言 φ，$B(\varphi)$ 类似。则，我们有

- $AK \leftrightarrow \neg BK$
- $AK \to (A(\varphi) \to \varphi)$、$\neg AK \to (A(\varphi) \to \neg\varphi)$，$B$ 类似
- $\neg A(\varphi) \leftrightarrow A(\neg\varphi)$、$\neg B(\varphi) \leftrightarrow B(\neg\varphi)$

p 是我们想要知道的。从上面的假设，我们可以推出：

- $A(B(\neg p)) \to p$、$A(\neg B(\neg p)) \to \neg p$